

Apport de l'Adaptive splitting technique à l'estimation des événements rares

Rudy PASTEL
Doctorant de troisième année
ONERA
France
rudy.pastel@onera.fr

Jérôme MORIO
Encadrant
ONERA
France
jerome.morio@onera.fr

François Le GLAND
Directeur de thèse
INRIA Rennes
France
legland@irisa.fr

Le doctorant

Je suis doctorant de troisième année au Département Conception et évaluation des Performances des Systèmes (DCPS) de l'Onera centre de Palaiseau. Ce travail est effectué sous la supervision de Jérôme Morio (ONERA) et de François Le Gland (INRIA).

Le contexte industriel

Les exigences croissantes de sécurité et de performances se posent à l'industrie scientifique en contraintes fortes. Le calcul littéral rapidement dépassé, l'industrie s'est remise à la simulation pour démontrer sa conformité. Cependant, malgré la perpétuelle amélioration des moyens de calcul, les budgets de simulations disponibles sont souvent aujourd'hui trop faibles vis-à-vis des systèmes, toujours plus complexes. Les concepteurs de systèmes complexes doivent donc intégrer dans leurs processus des outils dédiés dépassant le cadre de leurs compétences historiques.

En effet, dans de nombreux secteurs tels que bien évidemment la finance mais également la défense et le spatial, la probabilisation des risques et des performances est une tendance saillante, en particulier dans la prise en compte des événements rares. Par exemple, à l'Onera, deux questions ont retenu mon attention.

- Sur quelle surface au sol un lanceur de fusée a-t-il 99% de chance de retomber ? [4]
- Quelle est la probabilité de collision entre un satellite et un débris spatial ? [7]

Ma présentation s'organisera autour de ce second problème.

Objet de la communication

Après avoir constaté la situation dans laquelle le monde se trouve face aux débris spatiaux, nous nous sommes concentrés sur le cas de la collision des satellites Iridium & Cosmos [2]. En associant

les données disponibles à la mécanique céleste, le modèle probabiliste a été construit en vue de l'estimation de la probabilité de collision. Ce modèle permet ensuite de montrer l'insuffisance du Monte Carlo Classique (MCC) et motive la recherche d'un outil dédié approprié et choisi selon des critères industriels.

Nous avons choisi l'Adaptive Splitting Technique (AST) [1, 3] pour effectuer l'estimation de $\mathbb{P}[X \in \mathbf{A}]$ où la variable aléatoire X est définie sur l'espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{T}, \mu)$ et $\mathbf{A} \subset \Omega$ est l'événement d'intérêt. A l'aide d'une suite décroissante $\Omega = \mathcal{A}_0 \supset \dots \supset \mathcal{A}_\kappa = \mathbf{A}$ de sous-domaines de Ω et de la formule de Bayes, on reformule la probabilité voulue par

$$\mathbb{P}[\xi \in \mathcal{A}] = \prod_{i=1}^{\kappa} \mathbb{P}[\xi \in \mathcal{A}_i | \xi \in \mathcal{A}_{i-1}]$$

avant d'estimer itérativement les probabilités conditionnelles. Cela consiste à générer des réalisations *iid* de X , puis à procéder comme suit pour chaque échantillon.

1. Définir \mathcal{A}_{i+1} le sous domaine suivant -c'est en cela que l'algorithme est adaptatif- par la probabilité estimée d'y être *i.e.* une des probabilités conditionnelles voulues.
2. Sélectionner parmi les éléments de l'échantillon, dits particules, ceux qui appartiennent à \mathcal{A}_{i+1} .
3. Remplacer les particules hors de \mathcal{A}_{i+1} par un rééchantillonnage uniforme et avec remise parmi les particules sélectionnées.
4. Appliquer à toutes les particules un noyau markovien réversible vis-à-vis de $\mu_{i+1} = \frac{\mathbf{1}_{\mathcal{A}_{i+1}}(x)\mu(dx)}{\mu(\mathcal{A}_{i+1})}$ pour recréer diversité et indépendance.

L'algorithme sera illustré dans le cas de la collision.

Je présenterai enfin les résultats disponibles par le biais de l'AST ainsi que les difficultés liées à son utilisation que j'étudie actuellement.

Références

- [1] Frédéric Cérou, Pierre Del Moral, Teddy Furon, and Arnaud Guyader. Rare event simulation for a static distribution. Technical report, <http://hal.inria.fr/inria-00350762/fr/>, 2009.
- [2] T.S. Kelso. Analysis of the Iridium 33-Cosmos 2251 collision. Technical report, 2009. [Available on line.](#)
- [3] Agnès Lagnoux. Rare event simulation. *PEIS*, 20(1) :45–66, January 2006. [Available on line.](#)
- [4] J. Morio and R. Pastel. Sampling technique for launcher impact safety zone estimation. *Acta Astronautica*, 66(5-6) :736–741, 2010.
- [5] J. Morio, R. Pastel, and F. Le Gland. An overview of importance splitting for rare event simulation. *European Journal of Physics*, 31 :1295–1303, 2010.
- [6] J. Morio, R. Pastel, and F. Le Gland. Estimation de probabilités et de quantiles rares pour la caractérisation d'une zone de retombée d'un engin. *Journal de la Société Française de Statistique*, To be published after revision.
- [7] Rudy Pastel, Jérôme Morio, and François Le Gland. Estimating satellite versus debris collision probabilities via the adaptive splitting technique. In *Proceedings of the 3rd International Conference on Computer modeling and simulation, Mumbai, India*, 2011.